Algarismos Significativos

Abrantes Araújo Silva Filho

2021-01-26

Resumo

Discute a questão dos algarismos significativos e a precisão dos números obtidos por mensuração. Diferencia números exatos dos inexatos e discute os métodos para o relato da incerteza em medições. Detalhamento das regras para identificação de algarismos significativos, incluindo regras para a aritmética e arredondamento de algarismos significativos. Discussão sobre precisão e exatidão de medidas.

Sumário

1 Introdução

A última coisa que o mundo precisa é de outro texto ou tutorial a respeito de algarismos significativos. Então aqui vai o meu...

Até recentemente a idéia de algarismos significativos era um total absurdo para mim. Eu entendo que $3{,}4 \times 4{,}358 = 14{,}8172$, não 15 (que é a resposta correta quando se leva em conta os algarismos significativos). Eu não conseguia entender a lógica disso. Esse número foi arredondado? Se foi arredondado, por que não arredondar para $14{,}82$, que é um número mais "preciso"[1]? Ou então, no máximo, para $14{,}8$?

Meu raciocínio sempre foi que quanto mais preciso o número for, melhor, por isso eu deveria escrever qualquer número com a maior quantidade possível de algarismos. Claro que químicos, físicos e demais cientistas experimentais, pessoas que de fato fazem experiências e trabalhos reais em laboratório, simplesmente davam risada desse meu entendimento e, nas minhas costas, comentavam sussurando e balançando negativamente a cabeça: "coitado, tão iludido..." Eu era um ignorante e nem sabia.

Onde está a ilusão? Está em considerar que a exatidão[2] e o rigor da matemática se aplicam à incerteza do laboratório ou da vida real. São coisas absolutamente distintas. Se estou pensando puramente na matemática, nos números isolados de qualquer contexto, é cristalino que $3{,}4 \times 4{,}358 = 14{,}8172$. Mas quando eu passo a compreender que o $3{,}4$ foi obtido medindo-se a massa de um sólido e que representa $3{,}4\,\mathrm{g}$, existe um grau de incerteza nessa medida: a balança poderia ter registrado $3{,}3\,\mathrm{g}$, $3{,}5\,\mathrm{g}$, ou outro número próximo. O fato é que **a medida é incerta** (e nada me garante que se eu pesar repetidas vezes o mesmo sólido obterei sempre o mesmo valor).

Os algarismos significativos são um meio de considerar, registrar e trabalhar com a incerteza dos números obtidos por alguma medição na vida real.

2 Números exatos e inexatos

Para entender os algarismos significativos (também chamados de dígitos significativos ou de *significant figures*) é importante considerar que existem duas "categorias" informais de números: os números **exatos** e os números **inexatos**.

Os **números exatos** são absolutamente corretos, não contém nenhum erro e nenhuma incerteza. São os números com os quais a matemática lida: eles existem por si mesmos e seu valor é conhecido com certeza absoluta mesmo que sejam irracionais (por exemplo: $\pi = 3{,}14159265358979323846\ldots$ é um número exato). Os

[1] A precisão de uma medida será definida e explicada posteriormente. No momento considere o sentido comum, leigo, de um número preciso: aquele com muitas casas decimais.

[2] A exatidão de uma medida também será definida e explicada posteriormente.

números exatos não são obtidos através de medidas realizadas com algum instrumento.

Os principais números exatos são:

- **Contagens**: números obtidos por contagem são exatos. Por exemplo: 4 pessoas, 10 dedos ou 6 átomos são números exatos.
- **Definições**: números que são definidos ou que representam fatores de conversão são exatos. Por exemplo: $1\,\mathrm{m} = 100\,\mathrm{cm}$, $1\,\mathrm{pol} = 2{,}54\,\mathrm{cm}$ ou $1\,\mathrm{m}^3 = 1000\,\mathrm{L}$ são exatos.
- **Constantes**: constantes matemáticas ou físicas, como π ou e, são exatas. A velocidade da luz no vácuo é um caso interessante: foi medida e calculada de modo impreciso durante séculos mas atualmente ela é uma quantidade definida ($c = 299\,792\,458\,\mathrm{m\,s^{-1}}$) e assim é também exata.

Note que números racionais podem ser exatos se o numerador e o denominador também forem exatos, por exemplo: a razão $2/5$ é exata se representar 2 carros para cada 5 pessoas.

Os **números inexatos** não são considerados absolutamente corretos, eles sempre têm uma incerteza e um erro associado. Os números inexatos são obtidos através de medidas com algum instrumento (régua, balança, termômetro, pipeta etc.) e, portanto, nunca serão absolutamente precisos pois essas medidas dependem:

- Das limitações dos instrumentos de medida;
- Da habilidade e da experiência da pessoa que está medindo;
- Irregularidades ou extremos do objeto que está sendo medido; e
- Outros fatores que podem afetar o instrumento de medida, a pessoa que está medindo ou o próprio objeto. Por exemplo: medir o comprimento de uma barra de ferro sob sol escaldante pode resultar em um valor ligeiramente diferente do que sob frio intenso, devido a dilatação térmica; o registro do volume de um líquido em uma pipeta pode ser mais preciso pela manhã (quando quem fez a medida está alerta e descansado) do que no final da tarde (quando a pessoa já está cansada).

O importante é perceber que todos os números obtidos através de algum instrumento de medida são inexatos e, portanto, praticamente todas as observações científicas em laboratório ou que dependem de medir alguma coisa na vida real também são inexatas. Sempre há um erro ou incerteza associada.

Se a densidade de uma certa substância é $d = \dfrac{2{,}0\,\mathrm{g}}{5{,}0\,\mathrm{ml}} = 0{,}4\,\mathrm{g\,ml^{-1}}$, essa densidade não é exata, tem um erro/incerteza, pois tanto a medida da massa quanto a medida do volume são inexatos.

É preciso informar também o grau de incerteza dessa medida. E como informar o grau de incerteza em uma medida? Através dos algarismos significativos!

3 Informando o grau de incerteza

3.1 O que são algarismos significativos?

Até aqui você já sabe que algarismos significativos são um meio de considerar, relatar e trabalhar com a incerteza em números inexatos. OK, mas… o que eles são de fato? Como eu olho para um número obtido por uma medida qualquer, por exemplo, $3{,}47\,\mathrm{cm}$, e descubro se esses algarismos são significativos ou não? Qual é a incerteza nesse $3{,}47\,\mathrm{cm}$?

Em primeiro lugar vamos definir claramente o que são os algarismos significativos:

Algarismos significativos:

Os algarismos significativos em uma medida consistem de **todos os algarismos certos** (que foram medidos com precisão, sem erros, que foram medidos com certza), mais o **primeiro algarismo incerto** (que foi estimado, medido com imprecisão, que contém algum erro associado). Em resumo: em uma medida, todos os algarismos são certos, exceto o último, que é estimado.

A melhor maneira de enteder os algarismos significativos é na prática. Vamos medir algumas coisas!

3.2 Medindo com algarismos significativos

Considere a medida do volume de um determinado líquido com o uso de uma proveta com capacidade de $500\,\mathrm{ml}$, conforme demonstrado na Figura 1 e Figura 2.

Figura 1: Proveta com o volume a ser medido

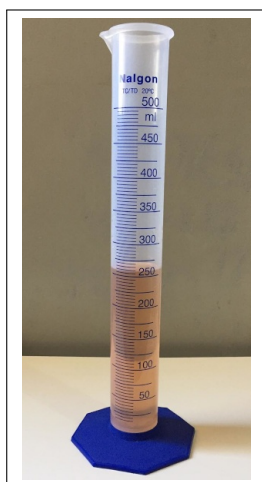



Figura 2: Detalhe da medida do volume

A primeira coisa que precisamos fazer é **verificar a escala de medida**. No caso dessa proveta em particular, cada marca da escala corresponde a $5\,\mathrm{ml}$ (verifique isso na Figura 2).

A segunda coisa a fazer é **determinar os algarismos que não têm incerteza**. Note que o volume do líquido é maior do que $255\,\mathrm{ml}$ e menor do que $260\,\mathrm{ml}$, ou seja, eu tenho certeza que o volume medido do líquido tem os algarismos "25X" ml: os algarismos 2 e 5 eu tenho certeza, mas o algarismo X eu ainda não sei qual é (esse é o algarismo incerto, com erro, a ser estimado).

A terceira coisa que temos que fazer agora é **estimar o valor do algarismo incerto**. Para isso usamos uma regra informal: o algarismo desconhecido deve ser estimado em aproximadamente $1/10$ (um décimo, 0,1) ou em $1/5$ (um quinto, 0,2) da menor divisão da escala.

Usando a regra de aproximar em $1/5$ da menor divisão da escala, temos o seguinte:

$$5\,\mathrm{ml} \times \frac{1}{5} = \frac{5\,\mathrm{ml}}{5} = 1\,\mathrm{ml} \tag{1}$$

A Equação 1 nos diz que devemos fazer a aproximação para o $1\,\mathrm{ml}$ mais próximo. Então, olhando com atenção a Figura 2, eu vou estimar que o volume do líquido seja de $257\,\mathrm{ml}$. Esses são os algarismos significativos dessa medida: são **todos os algarismos que eu tenho certeza** (os algarismos 2 e 5) mais o **primeiro algarismo incerto** (o algarismo 7).

Esse volume de $257\,\mathrm{ml}$ é exato? Obviamente que não! Outra pessoa poderia medir o mesmo volume e achar que é $256\,\mathrm{ml}$; um terceiro ainda poderia achar que é de $258\,\mathrm{ml}$. Note também um problema na medida: apesar do líquido estar na horizontal, a medida parece ser menor do lado esquerdo da marca da escala do que do lado direito. A mesa não estava nivelada? A proveta estava torta? As marcas da escala estavam erradas?

Esse tipo de incerteza ocorre para qualquer número obtido através de instrumentos de medida na vida real.

E se eu utilizasse a regra de aproximar em $1/10$ da menor divisão da escala, o que eu obteria? Bem, nesse caso teríamos o seguinte:

$$5\,\text{ml} \times \frac{1}{10} = \frac{5\,\text{ml}}{10} = 0{,}5\,\text{ml} \tag{2}$$

A Equação 2 nos diz que devemos fazer a aproximação para o $0{,}5\,\text{ml}$ mais próximo, o que parece que já é muito além da precisão dessa proveta. Mas, insistindo, vou olhar novamente para a Figura 2 e estimar agora que o volume seja de $257{,}5\,\text{ml}$.[3] E agora, quais são os algarismos significativos de $257{,}5\,\text{ml}$? são **todos os algarismos que eu tenho certeza** (os algarismos 2 e 5) mais o **PRIMEIRO algarismo incerto** (o algarismo 7). O algarismo 5 depois da vírgula é o SEGUNDO algarismo incerto, portanto então ele NÃO É significativo.

Como eu só posso relatar a medida usando os algarismos significativos, eu não posso relatar o volume como $257{,}5\,\text{ml}$: se nem do algarismo 7 eu tenho certeza, quanto mais do algarismo 5 depois da vírgula (o instrumento de medida não tem essa precisão toda)! O volume correto a ser relatado é de $258\,\text{ml}$ (depois de aplicadas as regras de arredondamento que serão discutidas aditante).

Agora preste atenção ao seguinte:

A incerteza está no último algarismo significativo:

Como o último algarismo significativo é o primeiro algarismo incerto, é exatamente esse algaristmo que nos dá a incerteza da medida. Geralmente entende-se que **há uma incerteza de uma unidade** no último algarismo significativo, por exemplo:

- $257\,\text{ml}$: representa $257 \pm 1\,\text{ml}$
- $2{,}68\,\text{s}$: representa $2{,}68 \pm 0{,}01\,\text{s}$
- $504\,\text{km}$: representa $504 \pm 1\,\text{km}$
- $0{,}5435\,\text{g}$: representa $0{,}5435 \pm 0{,}0001\,\text{g}$

No caso do volume na proveta, nossa primeira estimativa resultou em $257\,\text{ml}$, e a segunda resultou em $258\,\text{ml}$. Mas quando levamos em conta a incerteza imiscuída no último algarismo significativo, sabemos que essas medidas representam $257 \pm 1\,\text{ml}$ e $258 \pm 1\,\text{ml}$, ou seja: elas são a mesma medida dentro da margem de incerteza do instrumento utilizado (a proveta).

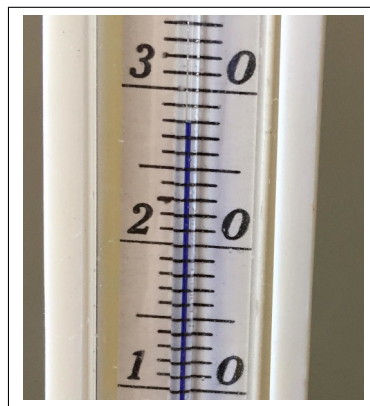
E agora a pergunta mais importante: qual é o verdadeiro volume do líquido? **Ninguém sabe**! O que nós temos são essas estimativas, com um determinado grau de erro e incerteza. O volume real, exato, o matematicamente correto, não é conhecido. Nós podemos obter mais precisão na medida do volume utilizando um

[3] Também poderia ter estimado em $257{,}0\,\text{ml}$ ou em $258{,}0\,\text{ml}$.

instrumento melhor (uma bureta, por exemplo), mas o problema de dizer o valor real do volume permanece: teremos a estimativa incerta da bureta (melhor do que a estimativa fornecida para proveta) mas que ainda assim não representa o valor verdadeiro, real, do volume. O cientista tem que aprender a reconhecer e aceitar essa limitação, e a utilizar algarismos significativos para lidar com a incerteza em seu trabalho.

Vamos ver mais alguns exemplos de medidas, mas agora sem o passo-a-passo ilustrado com a proveta.

Considere o termômetro mostrado na Figura 3. Qual a temperatura estimada em °C?

Figura 3: Medida da temperatura

Considerando que cada marca da escala corresponde a $1\ °C$ e utilizando a regra de estimar dentro de $1/10$ dessa menor divisão, eu estimo que a temperatura é de $27{,}9\ °C$. Nesse caso os algarismos que se têm certeza são o 2 e o 7, e o primeiro algarismo estimado é o 9. Todos eles são significativos e representam $27{,}9 \pm 0{,}1\ °C$.

Outra pessoa poderia ter estimado a temperatura em $28{,}0\ °C$ e, nesse caso, os algarismos que se têm certeza são o 2 e o 8, e o primeiro algarismo estimado é 0. Todos eles são significativos e representam $28{,}0 \pm 0{,}1\ °C$.

Note que as duas medidas estão dentro da margem de incerteza e, portanto, representam a mesma temperatura. O que diferencia uma da outra é o erro no útimo dígito significativo, que precisou ser estimado.

Se você disser que a temperatura é $27{,}9\ °C$ ou disser que é $28{,}0\ °C$, estará correto (esse termômetro permite medir uma temperatura com 3 algarismos significativos).

O que você **não pode fazer** é dizer que a temperatura é de $27{,}90\ °C$ ou de $28{,}00\ °C$, pois esse termômetro não permite estimar valores com erros de $\pm 0{,}01\ °C$ (esse termômetro não permite medir uma temperatura com quatro algarismos significativos).

Considere a medida da temperatura em um termômetro um pouco mais preciso, um termômetro clínico mostrado na Figura 4. Qual a temperatura estimada em °C?

Figura 4: Medida da temperatura em termômetro clínico

Como a menor divisão da escala é de $0{,}1$ °C, tentando aproximar dentro de $1/10$ eu estimo que a temperatura seja de $36{,}95$ °C (a coluna de mercúrio está mais ou menos no meio do caminho entre o $36{,}9$ °C e $37{,}0$ °C).

Quais são os algarismos conhecidos com certeza? Os algarismos 3, 6 e 9. Qual o primeiro algarismo estimado? O algarismo 5. Então a temperatura $36{,}95$ °C está expressa com quatro algarismos significativos: três são certos e um é incerto (o último).

Nesse termômetro clínico a temperatura de $36{,}95$ °C pode ser entendida como $36{,}95 \pm 0{,}01$ °C. Ou, sendo um pouco mais conservador, poderia interpretar como $36{,}95 \pm 0{,}03$ °C. O grau exato de incerteza, nesse caso específico, não é tão importante quando saber que a incerteza está no último algarismo significativo.

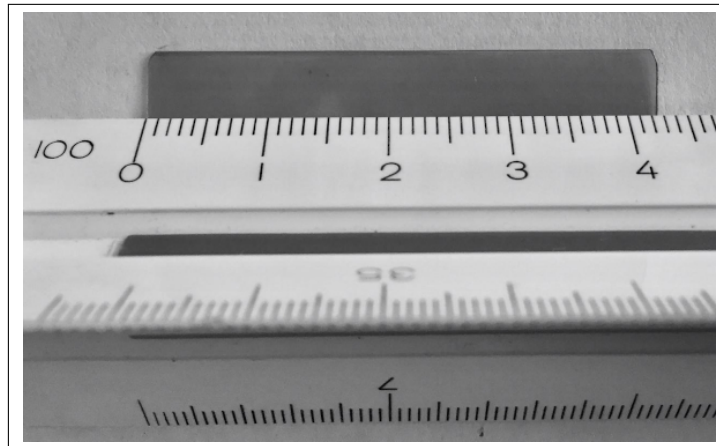
Esse exemplo é interessante para a discussão de um aspecto importante: até que ponto a diferença dentre $36{,}90$ °C, $36{,}95$ °C ou $37{,}00$ °C é importante na medicina? Essa diferença é absolutamente desprezível na prática. O que os médicos precisam saber é se a temperatura está mais para $36{,}0$ °C do que para $37{,}0$ °C, e se a temperatura do paciente está aumentando ou diminuindo com o tempo.

Desse modo, na prática, existe uma regra muito importante: **não faça medições com mais algarismos significativos do que você precisa**. Os instrumentos são mais caros, mais delicados e talvez mais sensíveis à fatores externos que causarão imprecisão nas medidas.

Use seu julgamento para determinar o grau de precisão necessária em seu trabalho e utilize um instrumento que forneça a precisão requerida para a resolução do problema em questão, nem mais, nem menos[4].

[4] É claro que em algumas situações talvez seja perfeitamente possível utilizar um instrumento mais preciso do que o necessário. Essa é apenas uma regra geral a ser considerada no dia a dia, não precisa ser levada a ferro e fogo.

Um último exemplo rápido: eu estimo o comprimento do plástico escuro que está sendo medido na Figura 5 em $4{,}24\,\mathrm{cm}$. Qual sua estimativa?

Figura 5: Medida do comprimento do plástico escuro

3.3 Instrumentos digitais e algarismos significativos

Todas as medições exemplificadas na seção anterior foram realizadas com o uso de instrumentos analógicos e você teve que estimar o último algarismo significativo. E no caso de instrumentos digitais, onde a medida é informada diretamente e você não precisa estimar nada?

Mesmo com o uso de instrumentos digitais, o princípio é o mesmo: o último algarismo exibido é o primeiro algarismo incerto e, portanto, os instrumentos digitais também exibem o resultado em algarismos significativos.

Considere o exemplo ilustrado na Figura 6:

Figura 6: Massa de um conjunto de parafuso e porcas

A balança informou $17{,}9\,\mathrm{g}$. É uma leitura com três algarismos significativos (o 1 e o 7 são certos, e o 9 é estimado). Se o manual da balança não informar nada a respeito de sua margem de erro, utilizamos a regra usual e consideramos que o resultado é $17{,}9 \pm 0{,}1\,\mathrm{g}$.

Geralmente os fabricantes incluem nos manuais de instruções as margens de erro de cada aparelho. Alguns gravam essa informação no próprio instrumento, seja ele analógico ou digital (Figura 7):

Figura 7: Pipeta com erro de $\pm 0{,}03\,\mathrm{ml}$.

Fonte: Titrations.info <http://www.titrations.info/pipette-burette>

3.4 Expressando a incerteza de forma relativa

Até o momento vimos duas formas de expressar a incerteza de uma medida:

- **Algarismos significativos**: relatamos a medida que fizemos, sabendo que o último algarismo tem um erro associado, por exemplo: $132\,\mathrm{mmHg}$; e
- **Margem de erro absoluta**: geralmente indicada pelo próprio fabricante do aparelho (ver Figura 7), por exemplo: $14{,}32 \pm 0{,}03\,\mathrm{ml}$.

Apesar de menos utilizada, existe também uma terceira maneira de expressar a incerteza de uma medida:

- **Margem de erro relativa**: indica a proporção de incerteza em uma medida, por exemplo: $5{,}0\,\mathrm{kg} \pm 8\%$.

O cálculo da incerteza relativa é baseado na incerteza absoluta do instrumento de medida, conforme a Equação 3:

$$\text{Erro relativo} = \frac{\text{Erro absoluto}}{\text{Valor medido}} \times 100 \tag{3}$$

Por exemplo, se uma balança tem erro absoluto de $\pm 0{,}4\,\mathrm{kg}$ e a massa do objeto foi medida em $5{,}0\,\mathrm{kg}$, a margem de erro relativa é de:

$$\text{Erro relativo} = \frac{0{,}4\,\mathrm{kg}}{5{,}0\,\mathrm{kg}} \times 100 = 8\% \tag{4}$$

4 Regras para os algarismos significativos

Já deve estar bem claro para você agora que **quanto mais algarismos significativos uma medida tem, mais precisa ela é**. Por isso uma habilidade importante é saber identificar quantos algarismos significativos existem em alguma medida.

Suponha que você e mais três colegas mediram, separadamente, a espessura de um cartão de crédito. Das quatro medidas obtidas abaixo, identifique quantos algarismos significativos existem em cada uma e determine qual foi a medida mais precisa (só continue a leitura depois de realizar esse exercício!):

1. **Você**: $1{,}4\,\mathrm{mm}$
2. **Huguinho**: $0{,}13\,\mathrm{cm}$
3. **Zezinho**: $0{,}015\,\mathrm{dm}$
4. **Luizinho**: $0{,}0014\,\mathrm{m}$

Obviamente está mais do que claro que a medida mais precisa foi a do Luizinho, com quatro casas decimais depois da vírgula e, assim, cinco algarismos significativos, correto? **Não**. Todas as medidas acima tem apenas dois algarismos significativos e, assim, têm a mesma precisão e o mesmo erro. Todas representam a mesma medida ($1{,}4 \pm 0{,}1\,\mathrm{mm}$), mas estão expressas em magnitudes (unidades) diferentes.

Nem sempre a ordem de magnitude de uma medida importa para sua precisão; nem sempre a quantidade de casas decimais importa para a precisão. Existem diversas regras para identificar e registrar a quantidade de algarismos significativos. Essas regras devem ser sempre observadas pois são utilizadas amplamente no mundo científico.

As regras para algarismos significativos são apresentadas a seguir, cada regra com exemplos ilustrativos. Certifique-se de que entendeu completamente esses exemplos.

Regra 1: todo algarismo diferente de zero é significativo

Essa regra é bem simples e direta. Alguns exemplos:

- $1432\,\mathrm{m}$ tem 4 algarismos significativos;
- $34{,}1\,\mu\mathrm{m}$ tem 3 algarismos significativos;
- $234\,\mathrm{ml}$ tem 3 algarismos significativos;
- $348{,}14\,\mathrm{g}$ tem 5 algarismos significativos.

Regra 2: zeros aprisionados são significativos

Zeros aprisionados são zeros que estão entre algarismos diferentes de zero. Todo zero aprisionado é significativo, por exemplo:

- $405\,\mathrm{ml}$ tem 3 algarismos significativos;
- $34{,}01\,\mathrm{cm}$ tem 4 algarismos significativos;
- $50\,014\,\mathrm{m}$ tem 5 algarismos significativos.

Regra 3: zeros no começo dos números não são significativos

Zeros que estão no começo dos números (zeros à esquerda, *leading zeros*) nunca são significativos. Eles só existem para indicar a posição do ponto decimal e não contam como algarismos significativos. Por exemplo:

- $0{,}02\,\mathrm{g}$ tem 1 algarismo significativo;
- $0{,}0026\,\mathrm{mm}$ tem 2 algarismos significativos;
- $0{,}9\,\mathrm{m}$ tem 1 algarismo significativo;
- $0{,}00000904\,\mathrm{km}$ tem 3 algarismos significativos (904).

Talvez seja mais fácil compreender a Regra 3 pensando na magnitude da unidade de medida, não no número de casas decimais após a vírgula. Para alguns exemplos do quadro acima temos:

- O número $0{,}02\,\mathrm{g}$ só tem 1 algarismo significativo pois está sendo medido em centésimos de g e, nessa ordem de grandeza, só há 2 centésimos de g. Os zeros à esquerda só servem para demarcar a posição da vírgula;
- O número $0{,}0026\,\mathrm{mm}$ tem somente 2 algarismos significativos porque esse número está sendo medido em décimos de milésimos e, nessa ordem de grandeza, só há 26 décimos de milésimos. Os outros zeros à esquerda só existem para indicar a posição da vírgula;
- O número $0{,}00000904\,\mathrm{km}$ tem somente 3 algarismos significativos pois está sendo medido em centésimos de milionésimos de km e, nessa ordem de grandeza, foram medidos 904 centésimos de milionésimos de km. Os outros zeros só demarcam a posição da vírgula.

Alguns dos exemplos acima são artificiais (ninguém mede distâncias em centésimos de milionésimos de km) mas ilustram a regra de que zeros no começo dos números (zeros à esquerda) nunca são significativos. Uma lista com as principais ordens de grandeza utilizadas está disponível para consulta no Apêndice A[5].

[5]Consulte esse apêndice se tiver dificuldade para entender unidades muito pequenas (como centésimos de milionésimos) ou muito grandes (como sextilhões).

A Regra 3, discutida anteriormente, lida com os zeros no começo dos números (zeros à esquerda, *leading zeros*), e é relativamente simples: eles não são significativos.

Para os zeros no final dos números (zeros à direita, *trailing zeros*) a situação é mais complicada: eles podem ser significativos ou não. Para tratar essa dificuldade são necessárias duas regras, discutidas a seguir. Preste muita atenção aos zeros no final dos números e saiba identificar se são significativos ou não.

Vamos começar pela regra mais fácil, que lida com zeros à direita no caso do número ter um ponto decimal (por exemplo: $12{,}30\,\mathrm{mm}$ ou $0{,}0200\,\mathrm{ml}$).

Regra 4: se o número tem um ponto decimal, os zeros no final desse número são significativos

Zeros que estão no final dos números (zeros à direita, *trailing zeros*) são significativos se, e somente se, o número tem um ponto decimal (vírgula). Por exemplo:

- $1500{,}00\,\mathrm{ml}$ tem 6 algarismos significativos;
- $0{,}023\,\mathrm{g}$ tem 2 algarismos significativos (não há zeros no final);
- $0{,}200\,\mathrm{m}$ tem 3 algarismos significativos (200);
- $0{,}02000\,\mathrm{m}$ tem 4 algarismos significativos (2000);
- $3{,}0\,\mathrm{cm}$ tem 2 algarismos significativos;
- $3{,}020\,\mathrm{cm}$ tem 4 algarismos significativos;
- $4{,}00\,\mathrm{MHz}$ tem 3 algarismos significativos;
- $21{,}3200\,\mathrm{g}$ tem 6 algarismos significativos.

Por que os zeros no final de números que têm casas decimais são significativos? Para nos informar exatamente o quão precisa uma medida é.

Imagine a seguinte situação: você tem uma ótima balança analítica com margem de erro de apenas $\pm 0{,}0001\,\mathrm{g}$. Se você relatar a massa de um objeto como $21{,}32\,\mathrm{g}$ (com apenas quatro algarismos significativos), todos vão entender que o erro de sua medida é de $\pm 0{,}01\,\mathrm{g}$, um erro 100 vezes maior do que ele realmente é[6]. Relatar o resultado como $21{,}3200\,\mathrm{g}$ torna claro que a medida é precisa até seis algarismos significativos e, assim, o erro é de apenas $\pm 0{,}0001\,\mathrm{g}$.

Imagine uma outra situação: você tem uma balança não tão precisa, capaz de determinar a massa em até centésimos de grama (assim o erro é de $\pm 0{,}01\,\mathrm{g}$). Se você utilizar essa balança para verificar um objeto cuja massa seja de $0{,}0019\,\mathrm{g}$, o que a balança vai retornar? Incríveis $0{,}00\,\mathrm{g}$ (a balança não tem sensibilidade suficiente, para medir adequadamente você precisa de uma balança melhor).

E agora uma pergunta muito interessante: quantos algarismos significativos uma medida de $0{,}00\,\mathrm{g}$ tem? Nenhum? Dois? Três?

[6]Lembre-se da regra geral para imprecisão de medidas: se a margem de erro exata não é especificada, geralmente considera-se que há uma incerteza de uma unidade no último algarismo significativo.

Por incrível que pareça a quantidade de algarismos significativos em medidas do tipo $0{,}00\,\mathrm{g}$ gera uma discussão acalorada entre cientistas[7], e as respostas são as mais variadas possíveis[8]:

1. Nenhum: os que argumentam que não há nenhum algarismo significativo assim o fazem com base na Regra 3: "zeros no começo (*leading zeros*) não são significativos". Se, ao determinar a massa de um objeto, a balança retornou $0{,}00\,\mathrm{g}$, eu sei que ela não teve sensibilidade suficiente e sei também que o objeto não tem massa nula e, portanto, a massa é menor ainda. Assim, esses zeros apenas indicam a posição do ponto decimal e não têm significado nenhum, não são significativos.
2. Dois: os que argumentam que há dois algarismos significativos assim o fazem com base na Regra 4: "se o número tem um ponto decimal, os zeros no final desse número são significativos".
3. Três: os que argumentam que há três algarismos significativos dizem que o primeiro zero é significativo porque indica, com certeza, que a massa é menor do que $1\,\mathrm{g}$; o segundo zero é significativo porque indica, com certeza, que a massa é menor do que $0{,}1\,\mathrm{g}$; e o terceiro zero é significativo porque indica que, nem estimando para centésimos de grama, foi possível detectar a massa.

Sem querer entrar em detalhes nem em briga de cientistas, se você leu algumas das discussões indicadas na Nota de Rodapé n.º 7, viu que existem argumentos razoavelmente bons para argumentar a favor de uma ou outra opção.

Particularmente meu entendimento é de que em medidas como $0{,}00\,\mathrm{g}$ não há **nenhum** algarismo significativo: esses zeros são *leading zeros* e não contribuem para a precisão da medida. Basta pensar o seguinte: se eu medisse em uma balança de maior sensibilidade eu poderia ter obtido $0{,}0019\,\mathrm{g}$, uma medida com dois algarismos significativos. Então os zeros iniciais servem apenas para marcar o local da casa decimal e não tem maior significância.

Ora... eu não posso alterar meu entendimento das regras de algarismos significativos só porque eu fui desleixado e burro o suficiente para executar um péssimo trabalho de laboratório e usar um instrumento sem a precisão necessária. A culpa é minha, não das regras sobre algarismos significativos.

[7] Se tiver interesse em ver a "briga" entre cientistas, consulte:

- <https://www.quora.com/Is-0-00-three-significant-figures-or-zero>
- <https://www.quora.com/What-is-the-number-of-significant-figures-in-0-00-Why>
- <https://www.quora.com/How-many-significant-figures-are-in-0-00-and-0-0>
- <https://www.quora.com/What-is-the-number-of-significant-figures-in-zero-see-details>
- <https://www.calculatorsoup.com/calculators/math/significant-figures-counter.php>

[8] O que não deixa de ser irônico pois algo que foi pensado para informar uma estimativa de erro, alguma coisa incerta, alguma coisa aproximada, levou os cientistas à discussões acaloradas sobre a exatidão dos algarismos significativos.

Agora vamos considerar a situação na qual há zeros no final dos números, mas não há nenhum ponto decimal, como em $120\,\mathrm{kg}$, $5000\,\mathrm{km}$ ou $600\,\mathrm{s}$.

Regra 5: se o número não tem um ponto decimal, os zeros no final desse número são ambíguos e considerados não significativos

Zeros que estão no final dos números (zeros à direita, *trailing zeros*), em números que não têm um ponto decimal, são ambíguos e a princípio não temos como saber se são significativos ou não. Para evitar a ambugüidade considera-se que não são significativos. Por exemplo:

- $400\,\mathrm{ml}$ tem 1 algarismo significativo;
- $22\,000\,\mathrm{mm}$ tem 2 algarismos significativos;
- $3550\,\mathrm{km}$ tem 3 algarismos significativos;
- $130\,\mathrm{kg}$ tem 2 algarismos significativos.

Essa regra precisa de um detalhamento maior. Por que os zeros à direita, em números inteiros, são ambíguos? Considere o valor $3200\,\mathrm{km}$. Você não tem mais nenhuma informação sobre como essa distância foi aferida. Surgem então as seguintes possibilidades:

a) Se a distância foi aferida com uma precisão de $\pm 1\,\mathrm{km}$, então a distância real está entre $3199\,\mathrm{km}$ e $3201\,\mathrm{km}$. Nessa situação os dois algarismos zero seriam significativos;

b) Se a distância foi aferida com uma precisão de $\pm 10\,\mathrm{km}$, então a distância real está entre $3190\,\mathrm{km}$ e $3210\,\mathrm{km}$. Nessa situação o último algarismo zero (o da ordem das unidades) não seria significativo, e o penútimo algarismo zero (o da ordem das dezenas) seria significativo; ou

c) Se a distância foi aferida com uma precisão de $\pm 100\,\mathrm{km}$, então a distância real está entre $3100\,\mathrm{km}$ e $3300\,\mathrm{km}$. Nessa situação nenhum dos algarismos zero seriam significativos.

Um número isolado como $3200\,\mathrm{km}$, sem nenhuma outra informação a respeito da margem de erro, pode ter dois, três ou quatro algarismos significativos. Para evitar essa ambigüidade a regra é considerar que tais zeros não são significativos e estão ali somente para indicar a ordem de grandeza da medida. Por isso que em $3200\,\mathrm{km}$ só existem dois algarismos significativos.

Algumas pessoas utilizam uma "gambiarra" para tentar indicar qual dos zeros é significativo, usando vírgulas ou traços. Por exemplo:

- $33\bar{0}0\,\mathrm{km}$: o traço marca o último zero significativo, assim essa medida tem três algarismos significativos;
- $330\bar{0}\,\mathrm{km}$: o traço marca o último zero significativo, assim essa medida tem quatro algarismos significativos; ou

- $3300,\mathrm{km}$: uma vírgula sem casas decimais posteriores também indicaria que todos os zeros são significativos e esse número teria quatro algarismos significativos.

Minha opinião aqui é clara: não use nenhuma dessas gambiarras e atenha-se à regra: zeros no final de números inteiros não são significativos.

Mas e se a aferição foi relmente feita com alta precisão, com zeros significativos no final dos números inteiros? Então, nesse caso, devemos usar **notação científica** para escrever sem ambigüidade. Veja a próxima regra.

Regra 6: em notação científica, todos os algarismos da mantissa são significativos; a quantidade de zeros do expoente não é significativa

Um número em notação científica é aquele que segua a forma geral

$$\pm\, m \times 10^{\pm n} \tag{5}$$

onde $1 \leq |m \in \mathbb{R}| < 10$, e $n \in \mathbb{Z}$. O coeficiente m é conhecido por significando ou mantissa, e todos os seus algarismos são considerados significativos. O expoente de base 10 só indica a grandeza do número e não é considerado significativo. Por exemplo:

- $4{,}30 \times 10^6$ µg tem 3 algarisms significativos. Na forma inteira esse número é escrito como $4\,300\,000$ µg e seria ambíguo. Com a notação científica sabemos que há três algarismos significativos, então a incerteza é de $\pm 10\,000$ µg;

- $3{,}2 \times 10^3\,\mathrm{km}$ tem 2 algarismos significativos. Na forma inteira esse número é escrito como $3200\,\mathrm{km}$ e seria ambíguo. Com a notação científica sabemos que só há dois algarismos significativos, então a incerteza é de $\pm 100\,\mathrm{km}$;

- $3{,}20 \times 10^3\,\mathrm{km}$ tem 3 algarismos significativos. Na forma inteira esse número é escrito como $3200\,\mathrm{km}$ e seria ambíguo. Com a notação científica sabemos que só há três algarismos significativos, então a incerteza é de $\pm 10\,\mathrm{km}$;

- $3{,}200 \times 10^3\,\mathrm{km}$ tem 4 algarismos significativos. Na forma inteira esse número é escrito como $3200\,\mathrm{km}$ e seria ambíguo. Com a notação científica sabemos que só há quatro algarismos significativos, então a incerteza é de $\pm 1\,\mathrm{km}$.

Cuidado com notação científica escrita de modo errado: $0{,}023 \times 10^5\,\mathrm{mm}$ não tem quatro algarismos significativos! Depois que você reescreer o número na notação científica correta, conforme a Equação 5, você obterá $2{,}3 \times 10^3\,\mathrm{mm}$ e verá que só há dois algarismos significativos.

Outro cuidado a ser tomado é no momento de transcrever um número para a notação científica: devemos manter a quantidade de algarismos significativos existentes. Por exemplo: ao escrever $0{,}0019\,\mathrm{g}$ (que só tem dois algarismos significativos) em notação científica, devemos escrever $1{,}9 \times 10^{-3}\,\mathrm{g}$ (também com dois algarismos significativos); ao transcrever $0{,}00190\,\mathrm{g}$ (três algarismos significativos), devemos escrever $1{,}90 \times 10^{-3}\,\mathrm{g}$ (três algarismos significativos).

A última regra para algarismos significativos lida com os números exatos e é bem simples:

Regra 7: números exatos têm uma quantidade infinita de algarismos significativos

Todo número exato (ver Seção 2) tem uma quantidade infinita de algarismos significativos; os números exatos não são limitantes em cálculos envolvendo números inexatos.

4.1 Resumo das regras para os algarismos significativos

Regras para algarismos significativos

1. Todo algarismo diferente de zero é significativo;
2. Zeros aprisionados são significativos;
3. Zeros no começo dos números (*leading zeros*) não são significativos;
4. Se o número tem um ponto decimal, os zeros no final desse número (*trailing zeros*) são significativos;
5. Se o número não tem um ponto decimal, os zeros no final desse número (*trailing zeros*) são ambíguos e considerados não significativos;
6. Em notação científica, todos os algarismos da mantissa são significativos; a quantidade de zeros do expoente não é significativa; e
7. Números exatos têm uma quantidade infinita de algarismos significativos.

5 Aritmética com algarismos significativos

Assim como existem regras para determinarmos quais são os algarismos significativos em um número, também existem regras para relatar corretamente a quantidade de algarismos significativos de números que foram resultado de alguma operação matemática, como adição, subtração ou multiplicação.

Em geral a regra é simples: a quantidade de algarismos significativos em um resultado calculado deve ser igual à **menor quantidade** de algarismos significativos dos números originais.

Esta seção explica e ilustra essa regra e, também, as regras que devemos utilizar no arredondamento desses resultados calculados.

5.1 Multiplicação e divisão

As operações de multiplicação e divisão envolvendo números inexatos seguem uma regra básica:

Multiplicação e divisão com algarismos significativos

O resultado deve ser arredondado de forma que tenha a **mesma quantidade** de algarismos significativos que o **elemento com a menor quantidade** de algarismos significativos.

Suponha que precisamos calcular a área de um terreno retangular cujas medidas são: $60{,}3\,\mathrm{m}$ de comprimento e $8{,}7\,\mathrm{m}$ de largura. Teríamos então o seguinte cálculo (a quantidade de algarismos significativos está indicada abaixo de cada número):

$$\underbrace{60{,}3\,\mathrm{m}}_{\text{3 alg. sig.}} \times \underbrace{8{,}7\,\mathrm{m}}_{\text{2 alg. sig.}} = \underbrace{524{,}61\,\mathrm{m}^2}_{\text{5 alg. sig.}} \approx \underbrace{520\,\mathrm{m}^2}_{\text{2 alg. sig.}} \tag{6}$$

O resultado "matemático" da multiplicação tem cinco algarismos significativos, mas um dos fatores do produto só tem dois algarismos significativos. Esse fator, o que tem a menor quantidade de algarismos significativos, limita a precisão do resultado. Nessa situação o resultado deve ser aproximado para a menor quantidade de algarismos significativos dos fatores: dois algarismos. Por isso o resultado correto é expresso como $520\,\mathrm{m}^2$ (somente dois algarismos significativos). As regras para arredondamento serão discutidas adiante.

Exemplificando um cálculo de divisão: sabe-se que $5{,}670 \times 10^3\,\mathrm{kg}$ de chumbo ocupam um volume de $5{,}00 \times 10^2\,\mathrm{m}^3$. Qual a densidade do chumbo?

$$\underbrace{5{,}670 \times 10^3\,\mathrm{kg}}_{\text{4 alg. sig.}} \div \underbrace{5{,}00 \times 10^2\,\mathrm{m}^3}_{\text{3 alg. sig.}} = \underbrace{11{,}34\,\mathrm{kg\,m^{-3}}}_{\text{4 alg. sig.}} \approx \underbrace{11{,}3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}}_{\text{3 alg. sig.}} \tag{7}$$

Algumas vezes a incerteza em uma das medidas é tão grande que o resultado final é relativamente distante do matemático. Qual o volume de uma caixa com dimensões $25{,}35\,\mathrm{cm}$, $5{,}350\,\mathrm{cm}$ e $10\,\mathrm{cm}$? Como uma das medidas tem apenas um algarismo significativo, temos:

$$\underbrace{25{,}35\,\mathrm{cm}}_{\text{4 alg. sig.}} \times \underbrace{5{,}350\,\mathrm{cm}}_{\text{4 alg. sig.}} \times \underbrace{10\,\mathrm{cm}}_{\text{1 alg. sig.}} = \underbrace{1356{,}225\,\mathrm{cm}^3}_{\text{7 alg. sig.}} \approx \underbrace{1000\,\mathrm{cm}^3}_{\text{1 alg. sig.}} \tag{8}$$

Ao realizar as contas é importante que você só arredonde o resultado final, mantendo o máximo de casas decimais possíveis nos resultados intermediários. Isso diminui a propagação de erros por arredondamento durante os cálculos. A regra é simples: só arredonde o resultado final.

5.2 Adição e subtração

As operações de adição e subtração envolvendo números inexatos seguem a seguinte regra geral:

Adição e subtração com algarismos significativos

O resultado deve ser arredondado para a posição do **último algarismo em comum** em todos os elementos (o algarismo mais à direita).

Suponha que queremos somar as massas de duas substâncias, uma com $25{,}1\,\mathrm{g}$ e a outra com $132{,}3562\,\mathrm{g}$. Pela regra acima temos que (a seta indica a posição do último algarismo em comum nas parcelas adicionadas):

$$
\begin{array}{rll}
 & \downarrow & \\
 & 132{,}3562 & \mathrm{g} \\
+ & 25{,}1 & \mathrm{g} \\
\hline
= & 157{,}4562 & \mathrm{g} \\
\hline
\approx & 157{,}5 & \mathrm{g}
\end{array}
\tag{9}
$$

Como o último algarismo em comum nas duas parcelas da adição está na ordem dos décimos de g, então o resultado final também deve ser arredondado para décimos de g.

Note a diferença com a regra da multiplicação/divisão: lá o que vale é a menor quantidade de algarismos significativos; aqui o que vale é o último algarismo em comum. Uma das parcelas da adição só tem três algarismos significativos ($25{,}1\,\mathrm{g}$) mas mesmo assim o resultado final está expresso com quatro algarismos significativos ($157{,}5\,\mathrm{g}$).

Considere este outro exemplo (a seta indica a posição do último algarismo em comum nas parcelas):

$$
\begin{array}{rll}
 & \downarrow & \\
 & 6{,}95 & \mathrm{kg} \\
- & 2{,}206 & \mathrm{kg} \\
+ & 12 & \mathrm{kg} \\
\hline
= & 16{,}744 & \mathrm{kg} \\
\hline
\approx & 17 & \mathrm{kg}
\end{array}
\tag{10}
$$

Como o último algarismo em comum estava na ordem das unidades de kg, o resultado final também deve ser arredondado para unidades de kg.

5.3 Multiplicação/divisão com adição/subtração

Em operações aritméticas que combinam multiplicações (e/ou divisões) com adições (e/ou subtrações), comumente chamadas de operações mistas, a regra a ser seguida é:

Operações mistas com algarismos significativos

Os resultados intermediários não devem ser arredondados mas a quantidade de algarismos significativos deve ser monitorada e levada em conta no momento de arredondamento final.

O modo mais fácil de entender essa regra é através de exemplos[9]. Imagine que queremos realizar a seguinte operação:

$$6{,}78\,\mathrm{m} \times 5{,}903\,\mathrm{m} \times (5{,}489\,\mathrm{m} - 5{,}01\,\mathrm{m}) = ? \tag{11}$$

Para resolver a Equação 11 passo a passo temos que, primeiro, realizar a subtração conforme o seguinte:

$$\begin{array}{rll} & \downarrow & \\ & 5{,}489 & \mathrm{m} \\ - & 5{,}01 & \mathrm{m} \\ \hline = & 0{,}\underline{47}9 & \mathrm{m} \end{array} \tag{12}$$

Note que na Equação 12, agora, não arredondamos o resultado da subtração pois esse resultado será utilizado na multiplicação. O que fizemos foi colocar um pequeno traço indicando quais são os algarismos significativos desse resultado intermediário (apenas dois, pelas regras da adição/subtração), para não nos perdermos no próximo passo.

O próximo passo é realizar a multiplicação, monitorando quantos algarismos significativos o resultado intermediário da subtração tem:

$$\underbrace{6{,}78\,\mathrm{m}}_{\text{3 alg. sig.}} \times \underbrace{5{,}903\,\mathrm{m}}_{\text{4 alg. sig.}} \times \underbrace{0.\underline{47}9\,\mathrm{m}}_{\textit{2 alg. sig.}} = \underbrace{19{,}17070086\,\mathrm{m}^3}_{\text{10 alg. sig.}} \approx \underbrace{19\,\mathrm{m}^3}_{\text{2 alg. sig.}} \tag{13}$$

O resultado intermediário da subtração entrou na multiplicação com todos os algarismos (para evitar erros de arredondamento), mas nós só consideramos para efeito do resultado final seus dois algarismos significativos. Por isso a resposta final só tem dois algarismos significativos.

Fazendo isso estamos mantendo a maior quantidade possível de algarismos nos cálculos intermediários e, ao mesmo tempo, monitorando quantos algarismos significativos a resposta final deve conter.

[9] Os exemplos ilustrados na Equação 11 e na Equação 14 foram produzidos por **Nicole Mabante** e publicados em um vídeo no YouTube intitulado *Multi-step Calculations with Significat Figures* <https://www.youtube.com/watch?v=pledqbQjWRA>.

Considere agora o seguinte cálculo:

$$19{,}667\,\mathrm{cm}^2 - (5{,}4\,\mathrm{cm} \times 0{,}916\,\mathrm{cm}) = \,? \tag{14}$$

Resolvendo primeiro a multiplicação, temos que:

$$\underbrace{5{,}4\,\mathrm{cm}}_{\text{2 alg. sig.}} \times \underbrace{0{,}916\,\mathrm{cm}}_{\text{3 alg. sig.}} = \underbrace{\underline{4.9}464\,\mathrm{cm}^2}_{\textit{2 alg. sig.}} \tag{15}$$

Não arredondamos o resultado da Equação 15 pois ele será utilizado no próximo passo, a subtração. O que fizemos foi colocar um pequeno traço indicando que só podemos considerar dois algarismos significativos nesse resultado intermediário (pelas regras da multiplicação/divisão). O próximo passo agora é realizar a subtração:

$$\begin{array}{lll} & \quad\downarrow & \\ & 19{,}667 & \mathrm{cm}^2 \\ - & \;\;\underline{4{,}9}464 & \mathrm{cm}^2 \\ \hline = & 14{,}7206 & \mathrm{cm}^2 \\ \hline \approx & 14{,}7 & \mathrm{cm}^2 \end{array} \tag{16}$$

Perceba que utilizamos todos os algarismos do resultado intermediário da multiplicação, mas marcamos com um traço os algarismos significativos. Assim, pela regra da adição/subtração, a seta indica a posição do último algarismo significativo em comum nas parcelas e o arredondamento final deve levar isso em consideração.

5.4 Operações envolvendo números exatos

Números exatos têm uma quantidade infinita de algarismos significativos, assim eles nunca são limitantes nas operações aritméticas. Basta seguir as regras normais de multiplicação/divisão e de adição/subtração, sem considerar os números exatos como limitantes.

Considere o seguinte exemplo: sabendo-se que $1\,\mathrm{pol} = 2{,}54\,\mathrm{cm}$, quantos centímetros uma medida de $3{,}49736\,\mathrm{pol}$ tem?

$$\underbrace{3{,}49736\,\mathrm{pol}}_{\text{6 alg. sig.}} \times \underbrace{\frac{2{,}54\,\mathrm{cm}}{1\,\mathrm{pol}}}_{\infty\text{ alg. sig.}} = \underbrace{8{,}8832944\,\mathrm{cm}}_{\text{8 alg. sig.}} \approx \underbrace{8{,}88329\,\mathrm{cm}}_{\text{6 alg. sig.}} \tag{17}$$

Na conversão de polegadas para centímetros ilustrada acima, a medida da polegada tinha seis algarismos significativos. Apesar de utilizarmos somente três algarismos na conversão ($2{,}54\,\mathrm{cm}$), como os números exatos têm infinitos algarismos significativos, o fator limitante é a própria medida da polegada. Por isso o resultado final também foi expresso com seis algarismos significativos.

5.5 Arredondamento de algarismos significativos

Ao arredondar os algarismos significativos, as seguintes regras devem ser observadas:

Arredondamento para algarismos significativos

1. Se o algarismo a ser eliminado é maior do que 5, o último algarismo que permanece deve ser arredondado para cima. Por exemplo: ao arredondar 34.37 para três algarismos significativos, o resultado é 34.4;

2. Se o algarismo a ser eliminado é menor do que 5, o último algarismo que permanece não deve ser alterado. Por exemplo: ao arredondar 19.498 para dois algarismos significativos, o resultado é 19;

3. Se o algarismo a ser eliminado é igual a 5 e se qualquer um dos algarismos seguintes é diferente de zero, o último algarismo que permanece deve ser arredondado para cima. Por exemplo: ao arredondar 67.35002 para três algarismos significativos, o resultado é 67.4; e

4. Se o algarismo a ser eliminado é igual a 5 e se todos os outros algarismos seguintes forem zeros, o último algarismo que permanece deve ser arredondado para o algarismo par mais próximo. Por exemplo:

   - Ao arredondar 534.5 para três algarismos significativos, o resultado será 534 (o último algarismo não foi alterado pois já é par); e
   - Ao arredondar 533.5 para três algarismos significativos, o resultado será 534 (o último algarismo foi arredondado para o par mais próximo).

As três primeiras regras de arredondamento são bem intuitivas e não precisam de maiores detalhes.

A quarta regra é um pouco menos intuitiva: arredondar para o algarismo par mais próximo. Por quê? A razão para seguir essa regra é evitar viés no arredondamento: em metade das vezes o arredondamento será feito para cima e, na outra metade das vezes, o arredondamento será feito para baixo.

Até que ponto a não observância da quarta regra de arredondamento realmente causa viés considerável nos números eu não sei. Mas é a maneira usual de arredondar ao se trabalhar com algarismos significativos.

6 Precisão e exatidão

Durante todo esse texto eu utilizei os termos "precisão" e "exatidão" de modo informal, apelando ao sentido e entendimento do senso comum. Está na hora de definir formalmente esses termos e responder duas perguntas: qual a relação entre precisão e exatidão? Os algarismos significativos relacionam-se à precisão ou à exatidão?

6.1 O que é precisão?

Até agora eu o levei a acreditar que "precisão" tem alguma coisa a ver com a quantidade de algarismos ou casas decimais de uma medida. Assim a medida $23{,}45\,\mathrm{cm}$ seria mais "precisa" do que $23{,}6\,\mathrm{cm}$. Bem... **eu menti e te enganei**. De propósito. Sem nenhum escrúpulo. Por maldade mesmo. Desculpa?

Em minha defesa só posso alegar que apesar desse não ser o sentido correto do termo "precisão", é o sentido usual, corriqueiro. Ninguém vai te censurar[10] por isso.

Formalmente, **precisão** é a capacidade de um instrumento de medida informar sempre o mesmo resultado, sob as mesmas condições. Precisão não tem relação nenhuma com a quantidade de algarismos ou casas decimais mas, sim, com a capacidade de repetibilidade do instrumento.

Considere que precisamos medir a massa de um conjunto formado por um parafuso e duas porcas de formato diferente. Vamos realizar seis aferições da massa desse conjunto na mesma balança (que tem uma margem de erro de $\pm 0{,}1\,\mathrm{g}$), alterando o conjunto a cada aferição (mas de modo que a massa total não se altere), e vamos ver o que a balança informa. Veja os resultados nas seis figuras a seguir:

Figura 8: Primeira aferição, conjunto montado: $17{,}9\,\mathrm{g}$

[10]Nem eu!

Figura 9: Segunda aferição, conjunto montado em outra posição: 17,9 g

Figura 10: Terceira aferição, conjunto montado em pé: 17,9 g

Figura 11: Quarta aferição, conjunto desmontado: 17,9 g

Figura 12: Quinta aferição, conjunto parcialmente montado: $17{,}9\,\mathrm{g}$

Figura 13: Sexta aferição, conjunto parcialmente montado de outro jeito: $17{,}9\,\mathrm{g}$

O que todas as seis aferições do conjunto de parafuso e porcas têm em comum? o mesmo resultado: $17{,}9\,\mathrm{g}$. Essa balança, apesar de ter uma margem de erro razoavelmente grande ($\pm 0{,}1\,\mathrm{g}$), é **extremamente precisa**. Todas as aferições forneceram o mesmo resultado, sem variação nenhuma.

Isso é o que se entende por precisão: a capacidade do instrumento de sempre fornecer o mesmo resultado sob mesmas condições[11].

Perceba que precisão, formalmente, não tem relação nenhuma com a quantidade de casas decimais do resultado. A balança utilizada só mede com até uma casa decimal e, mesmo assim, é um instrumento com alta precisão, tem alta repetibilidade. Se a balança tivesse fornecido como resultado $17{,}8\,\mathrm{g}$, $18{,}2\,\mathrm{g}$, $17{,}5\,\mathrm{g}$, $17{,}9\,\mathrm{g}$, $18{,}7\,\mathrm{g}$ e $17{,}6\,\mathrm{g}$, ela teria pouca precisão.

[11] E eu ainda trapaceei um pouco, montando e desmontando o conjunto em posições variadas, alterando assim as condições de uma aferição à outra (mas mantendo a mesma massa).

6.2 O que é exatidão?

O termo exatidão é um pouco menos confuso, mas um pouco mais abstrato: **exatidão** é a capacidade do instrumento de se aproximar do valor real, matematicamente exato e desconhecido, do que está sendo medido.

Voltando ao exemplo do parafuso e porcas: apesar de ter alta precisão, a medida de $17{,}9\,\mathrm{g}$ tem alta exatidão também? Essa é realmente a massa do conjunto de parafuso e porcas?

Infelizmente não é possível saber com certeza. Se a massa exata desconhecida do conjunto realmente for $17{,}9\,\mathrm{g}$ ou um valor próximo ($18{,}0127954351\ldots\,\mathrm{g}$ ou $17{,}9124678234\ldots\,\mathrm{g}$), então a balança, além de precisa, seria extremamente exata.

O problema está em saber o valor matematicamente verdadeiro da massa do conjunto para julgar se a balança é exata ou não! A princípio não temos como saber e geralmente confiamos que os fabricantes foram zelosos para garantir que os instrumentos tenham alto grau de exatidão. Na prática nós temos **fé** que os resultados são exatos, mas ter certeza absoluta é impossível[12].

Mesmo uma balança extremamente precisa pode ter algum defeito e relatar os resultados sempre com algum desvio para mais ou para menos.

6.3 Relação entre exatidão e precisão

Exatidão e precisão são coisas diferentes mas relacionadas quando se trata de medir alguma coisa e expressar essa medida em algarismos significativos.

Dependendo da qualidade de seu instrumento de medida (e da habilidade do operador) as seguintes situações extremas são possíveis:

- Alta exatidão e alta precisão;
- Baixa exatidão e alta precisão;
- Baixa exatidão e baixa precisão; e
- Alta exatidão e baixa precisão.

O jeito mais fácil de visualizar essas possibilidades é fazendo uma analogia com um alvo de tiro ao alvo.

Nas figuras a seguir o alvo representa todos os valores que possam resultar da aferição de alguma coisa com um instrumento. O centro do alvo representa o valor matematicamente verdadeiro (e desconhecido) da medida.

Os alvos representam cada uma das possibilidades extremas acima.

[12] Quem disse que ciência e fé não se misturam? :^)

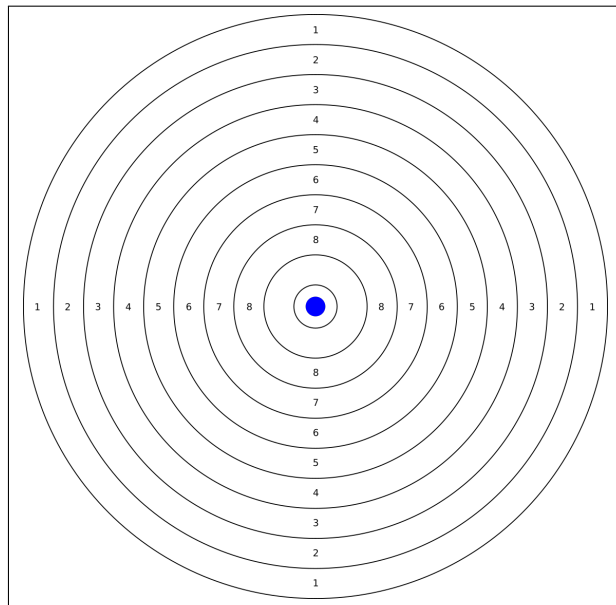
Figura 14: O centro (em azul) representa o valor verdadeiro e desconhecido

A Figura 15 representa um instrumento com alta exatidão (os resultados se aproximam do valor real) e alta precisão (os resultados variam pouco entre as diferentes aferições):

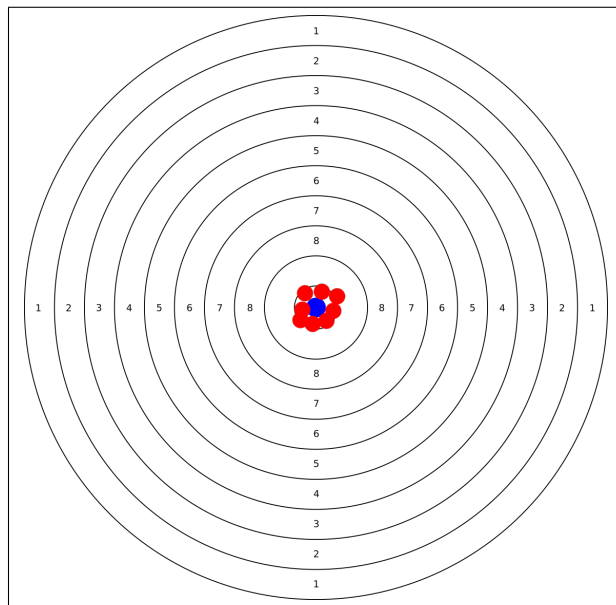
Figura 15: Instrumento com alta exatidão e alta precisão

A Figura 16 representa um instrumento com baixa exatidão (os resultados estão longe do valor real) e alta precisão (os resultados variam pouco entre as diferentes aferições):

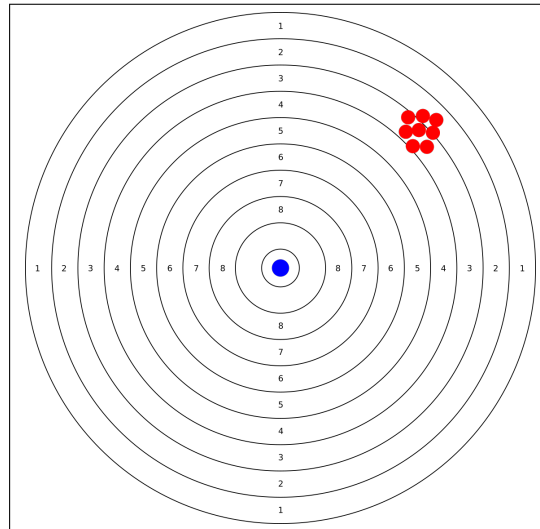
Figura 16: Instrumento com baixa exatidão e alta precisão

A Figura 17 representa um instrumento com baixa exatidão (os resultados estão longe do valor real) e baixa precisão (os resultados variam bastante entre as diferentes aferições):

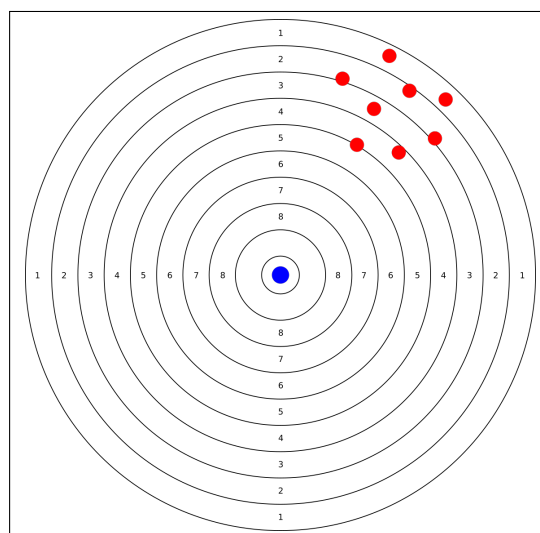
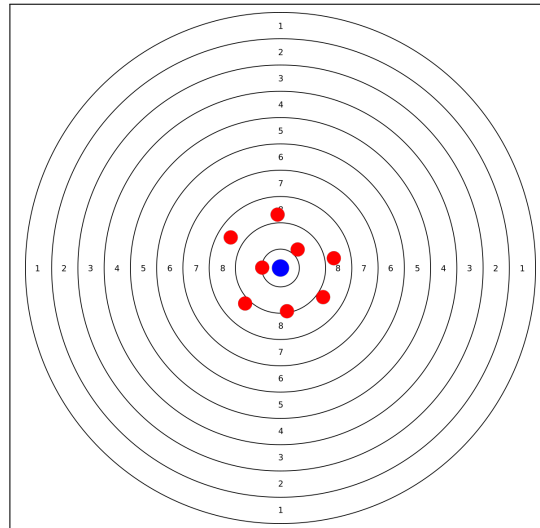
Figura 17: Instrumento com baixa exatidão e baixa precisão

A Figura 18 representa um instrumento com alta exatidão (os resultados estão próximos do valor real) e baixa precisão (os resultados variam bastante entre as diferentes aferições):

Figura 18: Instrumento com alta exatidão e baixa precisão

Por que o instrumento ilustrado na Figura 18, apesar de baixa precisão, tem alta exatidão? Porque, em média, os resultados tendem a se aproximar do valor verdadeiro.

6.4 Algarismos significativos: precisão ou exatidão?

A última questão[13] a ser considerada é a seguinte: quando nos preocupamos em expressar o resultado de uma medição (feita com algum instrumento) em algarismos significativos, estamos preocupados com a precisão ou com a exatidão da medida?

Eu espero que tenha ficado claro para você que é com a **precisão** das medidas, não com a exatidão. Quando eu meço alguma coisa com uma régua tento ser o mais "preciso" possível, tento estimar sempre o mesmo valor.

Mas nada me garante que o fabricante, ao marcar a escala na régua, não tenha cometido um erro no espaçamento das marcas de milímetros e, ao invés do espaçamento ser de $1\,\mathrm{mm}$, não esteja a $0{,}5\,\mathrm{mm}$, o que faria a medida ser o dobro do que realmente é: eu posso estar sendo altamente preciso mas, se o instrumento está errado, a exatidão se perde.

[13] O tema de precisão e exatidão das medidas tem muito mais detalhes do que o que seria possível tratar neste texto introdutório. Existem nuances como a variação intra e inter-instrumentos, a variação intra e inter-operadores, diferenças entre repetibilidade e reprodutibilidade e uma babel de outros termos que são utilizados mais ou menos indiscriminadamente e que causam uma confusão danada (como acurária, sensibilidade e outros).

A Ordens de grandeza

Este apêndice traz algumas das principais ordens de grandeze (ou magnitude) das unidades de medida comumente utilizadas na literatura científica. As Tabelas 1 e 2 listam as grandezas de base 10 maiores e menores do que 1, respectivamente. A Tabela 4 lista as grandezas com base 2. As unidades que possuem prefixos e símbolos padronizados no Sistema Internacional de Unidades (SI) estão indicadas (e também resumidas na Tabela 3). Para maiores informações, consulte o Bureau Internacional de Pesos e Medidas <https://www.bipm.org/>.

Tabela 1: Grandezas de base 10 maiores do que a unidade

Fator	Prefixo	Símbolo	Número	Nome
10^{26}	-	-	100 000 000 000 000 000 000 000 000	Centena de septilhão
10^{25}	-	-	10 000 000 000 000 000 000 000 000	Dezena de septilhão
10^{24}	yotta	Y	1 000 000 000 000 000 000 000 000	**Septilhão**
10^{23}	-	-	100 000 000 000 000 000 000 000	Centena de sextilhão
10^{22}	-	-	10 000 000 000 000 000 000 000	Dezena de sextilhão
10^{21}	zetta	Z	1 000 000 000 000 000 000 000	**Sextilhão**
10^{20}	-	-	100 000 000 000 000 000 000	Centena de quintilhão
10^{19}	-	-	10 000 000 000 000 000 000	Dezena de quintilhão
10^{18}	exa	E	1 000 000 000 000 000 000	**Quintilhão**
10^{17}	-	-	100 000 000 000 000 000	Centena de quatrilhão
10^{16}	-	-	10 000 000 000 000 000	Dezena de quatrilhão
10^{15}	peta	P	1 000 000 000 000 000	**Quatrilhão**
10^{14}	-	-	100 000 000 000 000	Centena de trilhão
10^{13}	-	-	10 000 000 000 000	Dezena de trilhão
10^{12}	tera	T	1 000 000 000 000	**Trilhão**
10^{11}	-	-	100 000 000 000	Centena de bilhão
10^{10}	-	-	10 000 000 000	Dezena de bilhão
10^{9}	giga	G	1 000 000 000	**Bilhão**
10^{8}	-	-	100 000 000	Centena de milhão
10^{7}	-	-	10 000 000	Dezena de milhão
10^{6}	mega	M	1 000 000	**Milhão**
10^{5}	-	-	100 000	Centena de milhar
10^{4}	-	-	10 000	Dezena de milhar
10^{3}	kilo	k	1000	**Milhar**
10^{2}	hecto	h	100	Centena
10^{1}	deca	da	10	Dezena
10^{0}	-	-	1	**Unidade**

É possível continuar nomeando as ordens de grandeza, indefinidamente, utilizando o mesmo padrão da Tabela 1: octilhão (10^{27}), nonilhão (10^{30}), decilhão (10^{33}), undecilhão (10^{36}), duodecilhão (10^{39}) e assim por diante.

Tabela 2: Grandezas de base 10 menores do que a unidade

Fator	Prefixo	Símbolo	Número	Nome
10^0	-	-	1	**Unidade**
10^{-1}	deci	d	0,1	Décimo
10^{-2}	centi	c	0,01	Centésimo
10^{-3}	mili	m	0,001	**Milésimo**
10^{-4}	-	-	0,0001	Décimo de milésimo
10^{-5}	-	-	0,000 01	Centésimo de milésimo
10^{-6}	micro	µ	0,000 001	**Milionésimo**
10^{-7}	-	-	0,000 000 1	Décimo de milionésimo
10^{-8}	-	-	0,000 000 01	Centésimo de milionésimo
10^{-9}	nano	n	0,000 000 001	**Bilionésimo**
10^{-10}	-	-	0,000 000 000 1	Décimo de bilionésimo
10^{-11}	-	-	0,000 000 000 01	Centésimo de bilionésimo
10^{-12}	pico	p	0,000 000 000 001	**Trilionésimo**
10^{-13}	-	-	0,000 000 000 000 1	Décimo de trilionésimo
10^{-14}	-	-	0,000 000 000 000 01	Centésimo de trilionésimo
10^{-15}	femto	f	0,000 000 000 000 001	**Quatrilionésimo**
10^{-16}	-	-	0,000 000 000 000 000 1	Décimo de quatrilionésimo
10^{-17}	-	-	0,000 000 000 000 000 01	Centésimo de quatrilionésimo
10^{-18}	atto	a	0,000 000 000 000 000 001	**Quintilionésimo**
10^{-19}	-	-	0,000 000 000 000 000 000 1	Décimo de quintilionésimo
10^{-20}	-	-	0,000 000 000 000 000 000 01	Centésimo de quintilionésimo
10^{-21}	zepto	z	0,000 000 000 000 000 000 001	**Sextilionésimo**
10^{-22}	-	-	0,000 000 000 000 000 000 000 1	Décimo de sextilionésimo
10^{-23}	-	-	0,000 000 000 000 000 000 000 01	Centésimo de sextilionésimo
10^{-24}	yocto	y	0,000 000 000 000 000 000 000 001	**Septilionésimo**
10^{-25}	-	-	0,000 000 000 000 000 000 000 000 1	Décimo de septilionésimo
10^{-26}	-	-	0,000 000 000 000 000 000 000 000 01	Centésimo de septilionésimo

É possível continuar nomeando as ordens de grandeza, indefinidamente, utilizando o mesmo padrão da Tabela 2: octilionésimo (10^{-27}), nonilionésimo (10^{-30}), decilionésimo (10^{-33}), undecilionésimo (10^{-36}), duodecilionésimo (10^{-39}) e assim por diante[14].

A Tabela 3 resume as unidades que estão padronizadas no SI.

[14]Claro que para unidades muito grandes, acima de duodecilhão (10^{39}), ou unidades muito pequenas, abaixo de duodecilionésimos (10^{-39}), talvez seja necessário pedir ajuda a um bom professor de português para saber o nome correto! Por isso as unidades constumam ser escritas diretamente em notação científica: é muito mais difícil ter a noção da ordem de grandeza de, digamos, 832 centésimos de milionésimos, do que de $8{,}32 \times 10^{-6}$.

Tabela 3: Resumo de ordens de grandeza padronizadas no SI

Fator	Prefixo	Símbolo	Nome
10^{24}	yotta	Y	Septilhão
10^{21}	zetta	Z	Sextilhão
10^{18}	exa	E	Quintilhão
10^{15}	peta	P	Quatrilhão
10^{12}	tera	T	Trilhão
10^{9}	giga	G	Bilhão
10^{6}	mega	M	Milhão
10^{3}	kilo	k	Milhar
10^{2}	hecto	h	Centena
10^{1}	deca	da	Dezena
10^{0}	-	-	Unidade
10^{-1}	deci	d	Décimo
10^{-2}	centi	c	Centésimo
10^{-3}	mili	m	Milésimo
10^{-6}	micro	µ	Milionésimo
10^{-9}	nano	n	Bilionésimo
10^{-12}	pico	p	Trilionésimo
10^{-15}	femto	f	Quatrilionésimo
10^{-18}	atto	a	Quintilionésimo
10^{-21}	zepto	z	Sextilionésimo
10^{-24}	yocto	y	Septilionésimo

É importante observer que os prefixos e símbolos das ordens de grandeza do SI ilustrados nas tabelas anteriores referem-se **estritamente** à potências de base 10. Elas não devem ser utilizadas quando estamos trabalhando com potências de base 2 (como comumente utilizado na computação). Por exemplo: 1 kbit representa 1000 bit, e não 1024 bit; 2 GB representa 2000 MB, e não 2048 MB.

Quando estamos nos referindo especificamente à potências de base 2 temos que usar prefixos e símbolos específicos, mostrados na Tabela 4. Apesar de ainda não serem muito comuns, pois foram desenvolvidos há poucos anos, é a maneira correta de expressar potências de base 2.

Tabela 4: Ordens de grandeza para potências de base 2

Fator	Prefixo	Símbolo
2^0	-	-
2^{10}	kibi	Ki
2^{20}	mebi	Mi
2^{30}	gibi	Gi
2^{40}	tebi	Ti
2^{50}	pebi	Pi
2^{60}	exbi	Ei
2^{70}	zebi	Zi
2^{80}	yobi	Yi

Se as potências forem de base 2, ao invés de dizer $480\ \mathrm{MB}$ (Megabyte), o correto é dizer $480\ \mathrm{MiB}$ (Mebibyte); ao invés de dizer $25\ \mathrm{TB}$ (Terabyte) o correto é dizer $25\ \mathrm{TiB}$ (Tebibyte).

A lógica para esses prefixos binários é a seguinte: se na base 10 o prefixo é "mega", na base 2 o "ga" é substituído por "bi" (binário) resultando em "mebi"; o "giga" é substituído por "gibi", o "peta" por "pebi" e assim por diante. As duas primeiras letras do prefixo são mantidas, mas as últimas são substituídas por "bi" para indicar que é um prefixo binário.

B Bibliografia

Para saber mais, consulte:

- LibreTexts: Introductory Chemistry
- OpenStax College Physics
- LibreTexts: The Basics of GOB Chemistry
- A Short Guide to Significant Figures
- Maths First Significant Figures
- MIT Significant Figures
- Columbia Significat Figures
- Columbia Rounding
- USNA Significant Figures
- TAMU Significant Figures
- Bellevue Significant Figures
- OCC Significant Figures in Scientific Measurements and Calculations
- Uky Significant Figures Rules
- Flinders Significant Figures
- Wikipedia Significant Figures
- Breve Guia para Algarismos Significativos

C Licença

Figura 19: Creative Commons BY-SA 4.0